

数学専門書点訳の手引き 改訂版

井上浩一
若原八重 (改訂)

2011 年 4 月 30 日

配布元：
特定非営利活動法人
サイエンス・アクセシビリティ・ネット
連絡先 E-mail: office@mail.sciaccess.net

目次

1	「点字数学記号解説」との主な相違点	5
2	点字に関する知識、凡例	5
2.1	用語の説明	6
2.2	点字表記をその形で表現している場合の注意	7
2.3	この文書で特に用いる造語	7
2.4	本書で用いる「要素」という表現について	7
3	数式について	8
3.1	数式符 (数式指示符)	8
3.2	数式の行替え	8
3.3	数式中の空白の挿入について	9
3.4	式の並列	10
3.5	:(コロン) について	10
3.6	数式行	10
3.7	センタリング、左右寄せ	11
3.8	数式番号	11
3.9	文中数式番号	12
3.10	言葉の式の書き方	12
3.11	数学点字で定義されていない文字 (フォント) について	12
3.12	文字サイズ	13

3.13	関数名	13
3.14	関数名のおよぶ範囲	13
3.15	添え字等の略記法について	14
3.16	数式の縦揃え	14
3.17	数式用フォント	14
4	文字および数字	15
4.1	アルファベット	15
4.2	二重大文字について	16
4.3	ギリシャ文字	16
4.4	ドイツ文字	17
4.5	書体指定	17
4.6	小数点	18
4.7	数の桁区切り	18
5	記号	19
5.1	マスあけを必要とする記号	19
5.2	2項演算子	19
5.3	関係演算子	20
5.4	矢印	21
5.5	Big Symbols	23
5.6	その他の記号	23
6	カッコ	25
6.1	文章部のカッコ	25
6.2	数式部のカッコ	25
6.2.1	色々なカッコ	25
6.2.2	点訳カッコ	26
7	添字の書き方	27
7.1	右肩の添字	27
7.2	右下の添字	28
7.3	左下、左上の添字	28
7.4	真上、真下の添字	29
7.5	\int や \lim などの添字	29
8	数式の書き方	30
8.1	順列、組み合わせ	30
8.2	分数の形に書かれた式	30
8.3	根号	31

8.4	総和と積分記号	31
8.5	ベクトル	31
8.6	上線・下線	31
8.7	数式の上下の括弧	32
8.8	関数記号	32
8.9	ドット記号	32
8.10	単位	32
8.10.1	数式に付く簡単な単位	32
8.10.2	単位カッコ	33
8.10.3	数式に付く接尾語	33
8.11	複合記号 $\stackrel{\text{def}}{=}$	34
8.12	縦線・絶対値、ノルム	34
8.13	階乗!	35
8.14	否定	35
8.15	定義・定理、証明の終わりを示す記号	35
9	配列 (行列・行列式など)	36
9.1	配列 (行列、行列式) の一般的表記法	36
9.1.1	複数行にまたがるカッコによる書き方	36
9.1.2	メモ的書き方	36
9.2	置換	38
9.3	2項係数	38
9.4	場合分け	38
10	表・図式	40
11	本のレイアウトについて	40

概要

本書は大学レベルの数式を点字で記述するのに必要な決まりについてまとめたものである。

第1著者の井上浩一君が九州大学大学院数理学研究科在学中に纏めたものを基に、筑波大学付属視覚特別支援学校の高村明良教諭の指導の下、近年の改訂を取り入れて整備したものである。

現在日本において高等学校までの点字数学記述は、「点字数学記号解説」(参考文献 [1]) が標準とされている。しかしながら、この本に準拠した記述法では以下のような問題が認められる。

- 数学書ではアルファベットに筆記体や太字などいくつかの書体が同時に用いられることが多い。「点字数学記号解説」にはそのような書体に関する取り決めが不足している。
- 「点字数学記号解説」ではできるだけ点字のマス数を少なくするような形で数式表記が特例的に定められていることがある。その特例のために専門的数学書の点訳では正確な表現が困難となることがある。

この「数学専門書点訳の手引き」ではそのような問題点に対処し、

1. 専門書点訳で、現在実際に用いられている記述方法を機軸とする。
2. 読者が点字から元の墨字数式をできるだけ正確に復元できる。
3. 特例が少なく、点訳者が機械的に点訳できる。
4. 「点字数学記号解説」の取り決めに近い、自然に移行できる。
5. 読み易さを過度に損なわない。

という点に留意している。特に、「現在実際に用いられている」ということについては、今後も時代の変化に応じてこの文書での取り決めも変更していくことを意味している。

なお、初等数学で用いられる記号の中には、大かっこなど削除したものもあるので、初等数学点訳のときは引き続き「点字数学記号解説」の記号の定義を優先していただきたい。

各章の内容について以下に述べる。

2章ではこの文書で用いる言葉や点字表示について述べる。3章では数式表記の基本部分について述べる。4章では数式内で用いられるアルファベットや数字の記述方法、書体の示し方を述べる。

5章では数学点訳上の各種記号を一覧形式で示す。それらの記号を含め、数式記述上気を付けなければならない事項を挙げているのが8章である。

添字の書き方、分数等の構造をもつ数式の書き方、行列、表や図式については独立の章を設けて記述した。

この文書が専門書点訳における点字数学表記の手引きとして発展して行けるよう、今後も努力する予定である。

NPO 法人 サイエンス・アクセシビリティ・ネット
代表 鈴木昌和

1 「点字数学記号解説」との主な相違点

以下に、現在高等学校までの教科書表記の基準となっている「点字数学記号解説」の記述と「数学専門書点訳の手引き」との主な相違点を挙げる。詳細は () 内のセクションを参照されたい。

- 数式符 (3.1)
- 分数の書き方 (8.2)
- 数式中のスペース (3.3)
- 添え字等の略記法 (3.15)
- 添字の書き方 (7)
- かっこ (6.2)
- 言葉の式の書き方 (3.10)
- 二重大文字符について (4.2)
- 文字の書体指定など (4)
- マスあけを必要とする記号 (5.1)
- 単位 (8.10)
- 各種記号 (5)
- 行列 (9)
- 本としての体裁 (11)

他にも細かい変更があるので、出来るだけ全体を眺めてみられることをお勧めする。

2 点字に関する知識、凡例

この文書では点字で数学を記述する方法についてまとめる。記述の上で、普段点字を利用しない読者になじみのない言葉や表現を用いるところがあるので、ここではそれらをまとめておく。しかしながら、この文書は主として日本語、英語の点字をおおよそ理解している方を対象として書かれているので、これから新たに数学点字の実用的利用を予定されている方はまず別に参考文献 [2] など点字に関する基礎的な書籍での学習が必要である。

2.1 用語の説明

マスあけ 一つも点を打っていないマスを置くこと。スペース。

点字は縦3、横2の6点を最小単位として構成される。まったく点を打たないという組み合わせを含めて 2^6 で64種類の形をなすことができる。この1単位のことを「マス」と呼ぶ。点字の文書では普通の文字と異なり文字の大きさは一定で、空白を置く場合も1マス、2マスという風にマス単位で置くことになる。点字でスペースを表すのはまったく点を打たないマスである。スペースを置くことを「マス開けをする」、「マスを開ける」などという。64種の記号を並べて英語、日本語、数式、楽譜などあらゆるものに対応するため、区切りとして点字表記ではこのマス開けが重要な意味をなしている。

墨字 点字ではない普通の文字。

点字使用者の間では鉛筆やインクなどで紙に書かれる普通の文字のことを「墨字」と呼んで区別するのが通例となっている。「墨で書かれた文字」という意味ではない。この文書でも点字表記について説明する関係上、普通の文字と対比する必要がある場合には「墨字」という表現を用いている。

数符、外字符、外国語引用符 点字は1マスで64通りの記号しか表せないため、たとえば

⠠

は日本語では「あ」、英語では「a」、数字では「1」というように一つの記号が多くの文字を掛け持ちする。そこで、(日本語点字では)数符、外字符、外国語引用符などが定められ、その後続く文字列が数字、英字などということを表している。

数符	⠠	後に数字に対応した記号を列べる。 数字でない記号やスペースが くるまでを数字と思って読む。
外字符	⠡	後にアルファベットに対応した記号を 列べる。スペースがくるまで アルファベットと思って読む。
外国語引用符	⠢ … ⠣	アルファベットに対応した記号 を挟む。囲まれた内側は 英字と思って読む。

点訳かっこ 点訳上特に必要になるかっこ

点字で数式を記述する場合、墨字には必要のないところにかっこを用いる必要が生じる。「点字数学記号解説」には「第2部 1 用語について」で「ブロック化カッコ」として記述されている。詳しくは6.2.2に述べるが、この「数学専門書点訳の手引き」においてはこの点字の式だけに用いられるかっこのことを現在俗に使われている言葉に倣って、「点訳かっこ」と呼ぶ。この「数学専門書点訳の手引き」中の例などのルビでは{…}として示すことにする。

2.2 点字表記をその形で表現している場合の注意

この文書では点字を縦3、横2の配列を用いて表現している。その場合、表現はすべて凸面、つまり点字の出っ張った側から見たものを用いている。凹面から見た形は文字列全体を左右対称に書き移せばえられる。

例

てんじ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠

スペース一つ ⠠⠠

2.3 この文書で特に用いる造語

説明を簡潔にするために、一般的には用いられていない用語を用いることがある。それらを挙げ、解説する。

言葉かっこ 点字の数式中で数式でない普通の言葉をくくるかっこ。詳しくは3.10を参照。

文章部、数式部 点字では数式とそうでない文章中で記号の役割が大きく異なる。そのため、文書中で数式の部分(数式符から数式のおわりまで)を数式部、数式でない日本語や英語の文章のことを文章部と呼ぶことにする。

2.4 本書で用いる「要素」という表現について

7章などで、「二つ以上の要素」という表現がある。このような場合の「一つの要素」とは、次のようなものを指すことにする。

- 一つの整数または小数、英字、記号など。(365, 3.14, 3.3, x , α etc.)
- 任意の式を (\dots) , $\{\dots\}$, $[\dots]$ で囲んだもの。
- 上の意味の「一つの要素」に添字がついたもの。 $(a^2, x^{\frac{1}{2}}$ etc.)(7章)。

これ以外の、英数字記号の列、多項式などは全て二つ以上の要素からなるものとみなす。
二つ以上の要素からなる式の例: $ax, 2 + 3, ax^2 + bx + c$

3 数式について

3.1 数式符 (数式指示符)

数式は各種のアルファベット、数字及び種々の記号を一定の規則にしたがって配列したものである。一つの文字のみからなるものでも数式と呼び、その他複数の文字からなるもの、数行にわたるものなどがある。

一般の文章と区別する為に、これらの数式にはその始めに数式符 (数式指示符)

⋮

を前置する。これは普通の日本点字における外字符と同じ記号であり、その用法もほとんど同じであるが、数字のみからなる式、あるいは数字ではじまる数式にも前置することが外字符とは異なる。

また数式符は、その数式がどのような文字ではじまっても必ずつけなくてはならないことに注意する。たとえアルファベットに前置する大文字や、後で挙げる数学記号などが数式の先頭にある場合でも例外ではない。「点字数学記号解説」に数符、日本語を囲むカッコから始まる数式には数式符を前置しないとの記述があるが、この特例は用いない。

数式符があると、数式符から次のマス開けまでが数式となる。従って次の最後の例のような場合には、数学的意味としては全体で1つの数式を構成するのだが、点字では数式符を2回使うことになる。(コンマの後にマス開けを必要とするため。3.3 参照)

例

3 ⋮ ⋮ ⋮

2 + 3 ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

$\frac{a}{b}$ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

$1 < i, j < 3$ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

3.2 数式が行替え

点字では1行に書き表せる文字数が墨字に比べて極端に少ないため、数式内でも頻繁に改行する必要が生じる。そのような場合には、以下に挙げるような一定の規則に従って改行を行わなければならない。

- +, -, ×, ÷ などの演算記号、=, ≡ などの関係記号、→ などの記号、各種開きかっこの前で行を区切る。
- かっこを含む数式の場合は、なるべく大きな単位の切れ目で区切る。(6.2 参照)

3.7 センタリング、左右寄せ

点字では1行に書き表せる文字数が少ないので、墨字文書の数式がセンタリング、左右寄せ等の場合も3.6の数式行の書き方と同様に書き表す。

3.8 数式番号

数式に番号がついている場合、例えば

$$ax + b = 0 \tag{1.1}$$

ならば、点字では次のようにする。

一行に入らない場合は、改行してリード線と数式番号を次のように書く。

$$2(3a - 4b) - 4(a - 3b) \tag{1}$$

1行目：

2行目（15マス目から書く）：

一般的には、次の規則に従って記述する。

1. 改行し、3マス目から数式を書きはじめる。
2. 数式番号は数式記号の小括弧で囲み、数式符 $\dot{\cdot}$ を前置する必要はない。
3. 小括弧閉じ記号が行末の32マス目にくるようにする。
4. 式と数式番号の間はリード線（ $\dot{\cdot}$ の点列）を挿入する。リード線を挿入するスペースがない場合は改行して15桁目からリード線を書く。但し、数式と数式番号の間が2マス空けることが出来る場合は改行しない。
5. 数式が複数行にわたるときは2行目以降は1マス目から書きはじめる。
6. 数式番号にピリオドがある場合、ピリオドの後にマスあけはしない。

などではじまり、2マス目はアルファベット以外といったところを中心に、墨字の形や既存の点字記号からの類推ができるように注意して未使用の組み合わせを探すとよい。

- 「前後には1マスずつ開ける」など、スペースを含むような決め方はできるだけ避ける。
- 上記のような新しい記号は原則としてそれを利用した本の中だけのローカルなものなので、それを利用する旨を、点訳書1巻の凡例に書き添えるようにする。それと共に、その記号を使う必要が最初に生じたときに、その式の前か後に点訳者注記符で囲って解説を付けることが望ましい。

3.12 文字サイズ

点字には文字のサイズという概念がない。上付き、下付きなどの添字は墨字では通常の文字より小さくなるが、点字ではそれが「上付きである」という情報が重要であって、文字のサイズを細かく表現する必要はあまり生じない。

そのため、希に文字の大きさの違いが式の意味を替えるような状況(大きさの違う文字が式中の同じ高さに並ぶなど)が生じたとき、これを点字で表現することに苦労する。

このような場合は、普通その式の直後に点訳者注記符で囲って説明を付けるようにする。

3.13 関数名

関数名とは $\sin x$ の \sin などを用いる。墨字では一般的に数式中のアルファベットはイタリック書体 ($\sin x$ の x) を使用するなどと普通の文章中でのアルファベット書体とは違った書体で書かれているが、関数名については数式を見てすぐにそれとわかるように、文中で使用するアルファベット書体で書かれている。

関数名は次に挙げるようなものが一般的であるが、文中で新たに定義されていることも多い。点字ではこのような場合関数名は式の他の要素と同様にそのまま書く。

arccos,	arcsin,	arctan,	arg,	cos,	cosh,	cot,	coth,
csc,	deg,	det,	dim,	exp,	gcd,	hom,	inf,
ker,	lg,	lim,	lim inf,	lim sup,	ln,	log,	max,
min,	Pr,	sec,	sin,	sinh,	sup,	tan,	tanh

3.14 関数名のおよぶ範囲

関数名のおよぶ範囲は一般の演算記号(分数線や根号など)のおよぶ範囲とは異なり、原則として

+	-	×	÷	•	/
⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠	⠠⠠⠠⠠

などが現れるまでとする。かっこでくくられているものは一つの文字と同様に取り扱う。

3.15 添え字等の略記法について

「点字数学記号解説」にはいくつかの点字特有の添え字に関する略記法が定められている。しかし、それらは略記で表すメリットが薄く、逆に複雑な数式表現の障害となることが多いので専門書点訳においては使わず、全て第7章に示す添字の基本的な書き方にしたがう。「点字数学記号解説」に定められた略記法は主に次のようなものがある。

- 「5.2 右肩添字のある数式」のところで解説されている、2乗、3乗、 -1 乗の略記法
- 「5.3 右下添え字のある数式」に記載されている、 \equiv と下がり数字を用いた略記法
- 「5.7 $\lim \sum \inf$ に付く添字」に定められた、添え字の記述方法や矢印・等号の略記法

3.16 数式の縦揃え

方程式が複数縦に並ぶときなど、一般的に、墨字では $=$ で式を縦揃えすることで見やすくする。しかし、点字では原則としてこのような縦揃えは行わない。全て左に揃っていた方が読みやすいからである。

3.17 数式用フォント

墨字では数式中と普通の文中では、同じアルファベット文字でも一般に異なる書体を使うことになる。しかし点字にはそのような書体の区別がない。数学では数式中で書体の違う同じ文字(例えば R と R) を同時に使うこともあり、このような例に対しては書体の区別が要求されるので、便宜上いくつかの書体に関する表現方法が定義されている。詳細は 4.5 を参照のこと。

4 文字および数字

4.1 アルファベット

数式中のアルファベットには英語表記と同じものを用いる。そして、小文字ならば小文字符

α

大文字なら

A

を前置する。したがって、数式中のアルファベット 1 文字は、大文字、小文字を問わずアルファベットは 2 マスで構成されることになる。

ところが実際には、アルファベット小文字を 2 マスで書き表すのはたくさんのマスを必要とするので習慣に合わない。そのため、下記の場合を除いて小文字符は省略される。

- $abcde\mathit{fghij}$ の直前が数字のとき。数字との混同を避けるため。
- 太字、筆記体、花文字などで、書体指定が必要なとき。(4.5 参照)

なお、ここで言う小文字符、大文字符は数式符の役目は持っていないので、 $F(x)$ は

α β γ δ ϵ ζ

となる。

上の表現を言い換えると次のようになる。数式は数式符で始まり、そこで

α

と書けば ' α ' となる。したがって、 a 1 文字からなる式を書くときは、

α β

となる。アルファベットの大文字は必ず大文字符

A

を前置するので、 $A \in X$ という式は

A α β γ δ ϵ ζ

と書かれる。

4.2 二重大文字符について

二重大文字符は原則として用いない。しかし、「三角形 $\triangle ABC$ 」といった幾何学や関数表記などで、大文字符を毎回打つと冗長になる場合は、二重大文字符を使う。

数式 \triangle 二重大 A B C
 ⠠ ⠠ ⠠ ⠠ ⠠ ⠠ ⠠

行列の積など、まとめてしまうと意味が通じにくくなるものには二重大文字符は使わず、一つの文字に大文字符が必要である。

数式 大 A 大 B \neq 大 B 大 A
 ⠠ ⠠

4.3 ギリシャ文字

ギリシャ文字は対応するアルファベットから小文字符、大文字符を除いたものの前に、

大文字なら ⠠
 小文字なら ⠡

を前置する。つまり、 α は

⠠ ⠠ ⠠

と書かれる。ただし、アルファベットに対応する文字がないものは次のようになる。(次の表で数式符は省略する。)

ϑ ⠠ ⠠

η ⠠ ⠠

χ ⠠ ⠠

Θ ⠠ ⠠

なお、空集合を表す場合は、墨字で \emptyset でもギリシャ文字の ϕ でも、点字では

⠠ ⠠ ⠠

で表すことになっている。

4.4 ドイツ文字

ドイツ文字は対応するアルファベットから大文字符、小文字符を除いたものに、

小文字なら $\ddot{\text{z}}$
大文字なら $\ddot{\text{Z}}$

を前置して表す。

例

$\Re z$ $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$
 $\Im z$ $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$

4.5 書体指定

数学の専門書には、同じアルファベットでもいろいろな書体のものが使われている。例えば同じ L でも、 L, L, \mathcal{L} などが使われる。点字では、これらを区別して表すために、専門書点訳では、最初の 1 マスを書体指定としてアルファベットの表記を 3 マスに拡張する。後ろ 2 マスは 4.1 に示した通りである。最初の 1 マスでその文字の書体を示す。

1. 普通の数式書体の文字はこの 1 マス目を省略する。
2. その文字が太字 (x, a) などの場合は、 $\ddot{\text{z}}$ を前置する。
3. その文字が筆記体 (\mathcal{X}, \mathcal{A} など) の場合は、 $\ddot{\text{Z}}$ を前置する。
4. 上の二つの場合は、大文字符、小文字符の省略はできない。

例

単なる f $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$
太字の f $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{z}}$ $\ddot{\text{Z}}$
筆記体の \mathcal{F} $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{Z}}$ $\ddot{\text{Z}}$

4.6 小数点

小数点には

⠠⠨

を用い、整数部分の最上位の数字の前に数符を記す。

整数部分を省略する場合は、小数点の直前に数符を書く。

小数点は墨字ではピリオドであるが、点字で小数を書き表すときにはそれをピリオドと考えないことになっている。従って、直後にマスを開けることはしない。

例

22.4 ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨

3.14 ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨

0.7070 ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨

.866 ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨

4.7 数の桁区切り

数を3桁ごと、または4桁ごとに区切って書く場合は、区切りの部分に位取り点

⠠⠨

を記す。点訳の場合、原本の桁区切りがスペースになっていてもこの記号を用いること。

墨字では桁区切りは例にあるようにコンマで書くことが多いが、点字で桁区切りをするときはそれをコンマと考えないことになっている。従って、桁区切りの直後にマスを開けることはしない。

例 123,456,789

⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨ ⠠⠨

5 記号

ここでは、記号をいくつかの種類に分けて、墨字と点字の対応を示す。必要に応じて読み方や注意事項を添えることにする。なお、表中で点字の項目については数式符は省略している。

5.1 マスあけを必要とする記号

以下の記号はその記号の後に続くマスあけを行う。従って、3.3 に挙げた場合を除いては、マスあけの後、改めて数式符を書かなければならない。

,	⠠⠨	コンマ
;	⠠⠠⠨	セミコロン
.	⠠⠠⠨	ピリオド

なお、小数点 $.$ 、桁区切り記号 $,$ として使われている場合は点字記号も異なり、マスあけもしない(4.6、4.7 参照)。

また、「点字数学記号解説」には要素を並列に並べる場合のコンマの省略について記述されているが、専門書点訳においては、コンマは省略しない。

5.2 2項演算子

\cup , \cap など、「点字数学記号解説」ではマスあけを必要とする記号も、数学専門書においては前後のマスあけはしない。

+	⠠⠨	プラス
-	⠠⠨	マイナス
×	⠠⠨	かける
÷	⠠⠨	割る
/	⠠⠨	スラッシュ(分数線などで、墨字で斜線になっているもの)
\	⠠⠨	バックスラッシュ(剰余類などを示す)
±	⠠⠨	プラスマイナス
∓	⠠⠨	マイナスプラス

- ∴ ∴ ∴ 対 (比の記号)
- ∴ ∴ ドット (かけ算、内積などを示す)
- ∪ ∴ ∴ カップ (和集合)
- ∩ ∴ ∴ キャップ (共通部分)
- ∨ ∴ ∴ 論理和
- ∧ ∴ ∴ ウェッジ (論理積)
- ∴ ∴ 写像の合成 (前後にマスを開けてはならない)
- ⊕ ∴ ∴ ∴ の中に +
- ⊖ ∴ ∴ ∴ の中に -
- ⊗ ∴ ∴ ∴ の中に ×
- ⊘ ∴ ∴ ∴ の中に /

5.3 関係演算子

- = ∴ ∴ イコール
- ≠ ∴ ∴ ノットイコール
- ≐ ∴ ∴ ニアリーイコール
- > ∴ ∴ 大なり
- < ∴ ∴ 小なり
- ≥ ∴ ∴ 大なりイコール
- ≤ ∴ ∴ 小なりイコール

$\cancel{=}$	$\cancel{=}$	$\cancel{=}$	否定を表す斜線の例
\equiv	\equiv	\equiv	合同
	\sim	\sim	相似
$//$	$//$	$//$	平行
\perp	\perp	\perp	垂直
\in	\in		属する
\ni	\ni		…の要素
\subset	\subset	\subset	含まれる
\subseteq	\subseteq	\subseteq	含まれるイコール
\supset	\supset	\supset	含む
\supseteq	\supseteq	\supseteq	含むイコール
\triangleleft	\triangleleft	\triangleleft	正規部分群の含まれる
\triangleright	\triangleright	\triangleright	上の記号の逆
\sim	\sim	\sim	同値関係
\cong	\cong	\cong	同型 (波線イコール)
\approx	\approx	\approx	同相 (2重波線)
\simeq	\simeq	\simeq	同値、同型、波線イコール (1重イコール)

5.4 矢印

矢印の記号は次の通りである。なお、これらの記号は単独で用いられる場合を除いて、前後の数式との間にスペースが必要である。後ろに続く数式の最初には数式符は必ずしも必要ではない。(3.3 参照)

ただし、 \Rightarrow , \Leftarrow は二つの独立した式を繋いでいる場合が多い。このようなときは矢印の後に 1 マス開け、改めて数式符を置いて後の式を書く。

\rightarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	右向き矢印
\leftarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	左向き矢印
\leftrightarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	両向き矢印
\Leftarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	左向き矢印 (2 本線)
\Rightarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	右向き矢印 (2 本線)
\Leftrightarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	両向き矢印 (2 本線)
\mapsto	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	写像の対応を示す矢印
\nearrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	右上がりの矢印
\searrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	右下がりの矢印
\uparrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	上向き矢印
\downarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	下向き矢印
\nwarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	左上向き矢印
\swarrow	$\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$ $\cdot\cdot\cdot$	左下向き矢印

あまり用いることの多くない矢印の先頭には

$\cdot\cdot\cdot$

を前置してもよい。これは日本語で「こー」などと誤読する恐れがあるためである。この $\cdot\cdot\cdot$ を矢印符と呼ぶことにする。ただし、頻繁に用いる矢印には、原則としてつけない。

他にも数学では色々な種類の矢印を用いることがある。その場合、新たに矢印記号を定義することになるが、そのような場合は以下の決まりに従う。

- 前後には 1 マスずつのスペースを置く。
- 誤読の危険があるときは矢印記号の最初に $\cdot\cdot\cdot$ をつける。

5.5 Big Symbols

添え字を伴うことの多い数学記号である。添え字の表記方法については第7章を参照のこと。

\int	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	積分
Σ	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	和
Π	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	積
\cup	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	添え字を伴うカップ (和集合)
\cap	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	添え字を伴うキャップ (共通部分)

5.6 その他の記号

「点字数学記号解説」とは一部異なるものがある。例えば、右肩のアスタリスク省略形 $\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$ や集合の定義などで使われる縦線 $\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$ は使わない。

$\sqrt{\quad}$	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	根号 (ルート)(8.3 参照)
$ \quad $	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	絶対値その他縦線はすべてこれ。
$\ \quad\ $	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	ベクトルのノルムなどの2重縦線
$*$	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	アスタリスク
$*$	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	右肩のアスタリスク
\prec	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	順序を示す記号
\succ	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	順序を示す記号
$!$	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	階乗
\prime	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	プライムまたはダッシュ
\dots	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	点線
\emptyset	$\ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}} \ddot{\ddot{\ddot{\cdot}}}$	空集合

#	$\#$	集合の個数を示す井桁、シャープ
b	b	フラット記号
♮	\natural	ナチュラル記号
†	\dagger	ダガー
∀	\forall	すべての
∃	\exists	存在する
∴	\therefore	故に
∵	\because	なぜならば
∠	\angle	角
△	\triangle	三角形
	\square	平行四辺形
	\square	長方形

6 カッコ

6.1 文章部のカッコ

数式ではなく普通の日本語や英語の文章を書き表すとき、点字ではかっことして次のような記号を定めている。

(…)
「…」
『…』

(…)、**「…」**は開きと閉じが同じ形をしているので、内側の要素との間にマス開けをしないという約束がある。

(…)**が入れ子になる**ときは、内側の(…)**の表記を**

(…)

(二重カッコ)とする。三重以上の入れ子についてもこの二重カッコをそのまま利用してよい。

6.2 数式部のカッコ

6.2.1 色々なカッコ

文章のためのカッコを数式中で用いると、開きと閉じの区別がない上、種類が足りないので不都合が多い。そのため、数式中では以下に示す特別な約束でカッコを記述する。

(a)	(…)	小カッコ
{a}	{…}	中カッコ
[a]	[…]	大カッコ
墨字では存在しない	⋯	点訳カッコ (後の説明を参照)

なお、現在、中かっこと大かっこを小カッコに前置記号を使って表現する方法が検討中である。

$\{a\}$ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ 中かっこ (検討中)

$[a]$ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ 大かっこ (検討中)

$\langle a \rangle$ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ ⠠⠗⠆⠞⠑ 山かっこ (検討中)

6.2.2 点訳かっこ

上に挙げたかっこの内、最後の点訳かっこについては多少説明が必要である。点字記号の形は小かっこと同じであるが、意味的には大きく異なる。

墨字では分数や添字のように高さや大きさを変えたり、 $\sqrt{ax+b}$ のように大きな記号が全体をくくったりして様々な数式中の「範囲」が一見して分かるようになっている。しかし、点字は一部の例外を除いて1次元的、つまり横1列に書いていくのが原則で、その方が読みやすい。そこで墨字では高さや位置、大きさなどで表している「範囲」を点字独特の方法で示す必要がある。そのために使うのが点訳かっこである。具体的な使用方法については7章を参照。

参考： $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ (理系用の電子文書処理システム)をご存じの方へ。点訳かっこは $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ で数式を表現するときの $\backslash\text{frac}\{\}\{\}$ の引数を表す $\{\}$ のようなものである。

7 添字の書き方

点字には文字の大きさや高さの概念がないので、添字を表すために特別な方法を用いる。

7.1 右肩の添字

累乗の指数や高次の導関数などを示すために文字や数字、あるいは式の右肩に添字を付けることがある。この添字を表すのに、点字ではそれらの文字や式の次に右肩添字符

⠠⠨

を打ち、それに続けて添字を書く。添字が二つ以上の要素 (2.4 節参照) から成る場合、これらを点訳かっこでくくる。

添字が墨字の $f^{(n+1)}(x)$ のように墨字でもすでに (\dots) でくくられている場合がある。このようなときは、点訳かっこの中にさらに元からあったかっこを書く。点訳かっこ小かっこ (\dots) は点字での形が同じであるが、 $f^{n+1}(x)$ と $f^{(n+1)}(x)$ 等を区別する必要があるからである。従来は、かっこにくくられている添字が一つの要素からなる場合は点訳かっこを省略するのが通例であったが、今後は一文字の場合を除いて省略はしない方が望ましい (数字は一文字と同じと考える)。ただし、これは添字のかっこと点訳かっこの誤読を防ぐためであって、添字が (\dots) ではなく $\{\dots\}$ や $[\dots]$ に挟まれている場合は、その外に点訳かっこは必要ない。

例

$$\begin{array}{l}
 x^2 \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \\
 a^{100} \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \\
 a^{xy} \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \\
 y^{(n)} \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨} \\
 y^{(n+1)} \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \\
 a^{[i]} \quad \quad \quad \text{⠠⠨} \quad \text{⠠⠨}
 \end{array}$$

「点字数学記号解説」には2乗、3乗、-1乗の場合の特例的な略記法が定められているが、これは通常使わない。行列の表記などマスの数に深刻な不足がある場合はその旨を明記した上で特例的に使用することもできる。

【補足】現在、添え字の括弧を $\text{⠠⠨} \quad \dots \quad \text{⠠⠨}$ にする案が検討されている。

7.2 右下の添字

文字の右下に付ける添字を示すにはそれらの文字に続けて右下添字符

$$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

を打ち、それに続けて添字を書く。右肩の添字の場合と同様に、必要に応じて添字を点訳かっこでくくる。

例

$$a_n \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

$$a_{n+1} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

2_i のように a_j の小文字を数字の右下の添字として書く場合は、添字の意味の $\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$ と小文字符の $\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$ を続けて添字の前に書く。

$$2_i \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

なお、「点字数学記号解説」には添字が数字だけからなる場合の略記法が定められているが、これは使わない。行列の表記などマスの数に制約がある場合は、その旨を明記した上で特例的に使用することもできる。

7.3 左下、左上の添字

行列 A の転置行列 tA は

数式符	上付き符	t	A
$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$	$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$	$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$	$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$

と書く。この t の前に他の文字がある場合はその間を

$$\begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

で区切る。また、転置行列の t でない場合、左下、左上の添え字は一般に次のように書く。

$${}_{2x} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

$${}^2x \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$$

7.4 真上、真下の添字

文字の真上に記号などが書かれるときがある。

\dot{x} $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$ ドット

x $\begin{smallmatrix} \circ \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$ 上の白丸

\vec{x} $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$ ベクトル

\hat{x} $\begin{smallmatrix} \circ \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$ ハット

\tilde{x} $\begin{smallmatrix} \circ \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$ チルダ

が定められている。真上、真下の添字は右肩、右下の添字として訳しても差し支えないことも多いので、可能ならば右肩、右下の添字として書く方がよい。

7.5 \int や \lim などの添字

積分を表す \int や総和を表す \sum 、積を表す \prod などはその右上と右下に添字があるものとして書く。また、 \lim や \max などは右下に添字を付ける。

「点字数学記号解説」ではそれらの添字を略記する方法が標準として定められているが、専門的な数学書を点訳する場合それらを使用しない。すべて右下添字符、右上添字符と点訳かっこを用いて、 \int など主になる記号や関数名の添字として書き表す。

原始関数の積分範囲を示す添字も、 $[\]$ 全体にかかる添字として書き表す。

$\int_0^1 f(x)dx$ $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$

$[F(x)]_0^1$ $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$

$\sum_{k=1}^n$ $\begin{smallmatrix} \vdots \\ \vdots \end{smallmatrix}$

8 数式の書き方

8.1 順列、組み合わせ

順列、組み合わせに関する記号の添字は左下の添字と右下の添字を点訳かっこで包んで表す。組み合わせなら真ん中の C という文字はその点訳かっこの前に書く。かっこの中に書く左下添字と右下添字の間には2の点と一つのスペース (= コンマ) を置く。

例

$${}_n P_r \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

$${}_n C_r \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

「点字数学記号解説」では添え字の間、つまり上の例で n と r の間はスペースのみとなっており、専門書点訳と若干異なるので注意が必要となる。

8.2 分数の形に書かれた式

点字で分数を書き表すときは、分数の分子と分母の間に :: を書いて、全体を $\text{::} \cdots \text{::}$ で囲み、次のように書く。

$$\begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \text{分子} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \text{分母} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

なお、墨字でも $/$ を使って $1/2$ と書かれているときは、分数線でなく斜線であることを明示するために

$$\text{分子} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \text{分母}$$

のように $\text{::} \text{::}$ を用いる。

このように $\text{::} \cdots \text{::}$ で囲むのは、点字数式では、分数は分子も分母も同じ行に続けて書かれるので、どこからが分子なのか、どこまでが分母なのかを正確に表示しなければならないからである。「点字数学記号解説」には、分母分子が符号のついていない数字のとき、この分数囲み記号を省略てもよいとあるが、この特例は用いず、上記のように墨字でも斜線であるような場合を除いて必ず分数囲み記号を使う。

$$\frac{ab}{d+e} \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

$$\frac{(a+b)(c+d)}{2} \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

$$\sin \frac{a\theta + b}{ct} \quad \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array} \begin{array}{c} \text{::} \\ \text{::} \\ \text{::} \end{array}$$

8.3 根号

平方根やその他の累乗根の根号のついた式は、平方根の場合

∴

その他の根号の場合、

∴

をそれらの式の前に書く。一般の根号の指数は ∴ の前に書く。根号を付けられる式が二つ以上の異なる要素の積または商、もしくは多項式の場合、それらの式はかっこでくくる。根号の指数が二つ以上の異なる要素の積または商、もしくは多項式の場合もそれらをかっこでくくる。

$$\sqrt{D} \quad \sqrt[n]{\text{大文字} D}$$

$${}^n\sqrt{a+1} \quad \sqrt[n]{\{ a + \text{数符} 1 \}}$$

8.4 総和と積分記号

7.5 参照

8.5 ベクトル

7.4 参照

8.6 上線・下線

\bar{a} , \underline{a} のように文字や式に上線、下線がついている場合、

上線には ∴ ∴
下線には ∴ ∴

をその文字の後に付ける。複数文字に渡って上線や下線がついているようなときは、その文字列全体を点訳かっこでくくってその後に上記の記号を付ける。

例

$$\text{数式符} \left(\overset{\cdot}{A} - \overset{\cdot}{B} \right) \overset{\cdot}{\text{上線}}$$

8.10.2 単位カッコ

単位が複雑なものであったり、文章中でより重要な意味をもつときは、単位カッコを用いる。たとえば、

- 単位にスラッシュ「/」を含む場合
- 日本語とアルファベットが混ざって複雑になる場合

があげられる。この場合、単位は漢字や仮名、アルファベットに関わらず

⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠

で囲む。単位カッコの中は数式とし、数式指示符はあらためてつけない。また、単位中のスラッシュ「/」は

⠠⠠

とする。アルファベットと漢字や仮名が組み合わさった単位記号では、漢字や仮名の部分は言葉かっこ

⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠

で囲む。

8.10.3 数式に付く接尾語

日本語の文中で「 $k+1$ 多様体」のように書かれているときは、 $k+1$ から 1 マス開けて「多様体」を書く。

英文中で「 k -cell」のように書かれることがある。 k' との混同の恐れがないときは間のハイフンを ⠠⠠ を使って書き、続けて cell を書いてよい。

数式 k - c e l l
⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠ ⠠⠠

$k+1$ -多様体のように日本語が後ろに来ており、間が“-” でつながれている場合、点字でもつなぎ符の

⠠⠠

を書いてから、続けて日本語を書く。これは日本点字におけるつなぎ符の一般的な意味と同じで、「前の数符、外字符、数式符の効力を打ち消す」という決まりに従ったものである。

8.11 複合記号 $\stackrel{\text{def}}{=}$

$\stackrel{\text{def}}{=}$ のような記号は $=$ の上に def が付いたと解釈できる。真上に付いているが 7.4 にあるように、「右肩に付いている」と解釈しても差し支えないので、 $=$ の右肩添字として def があると

$$\stackrel{\text{def}}{=} \quad \text{右肩} \quad \left\{ \begin{array}{c} d \\ e \\ f \end{array} \right\}$$

と書く。他の組み合わせに付いても同様に、主となる部分を決め、それに添字が付いているとして全体を記述する。

8.12 縦線・絶対値、ノルム

点字では縦線 $|$ に

$$\dot{\dot{}}$$

を用いる。

$$|f(x)|$$

$$\text{数式符} \quad | \quad f \quad (\quad x \quad) \quad |$$

$$\{x|x \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{数式符} \quad \{ \quad x \quad | \quad x \quad \in \quad \mathbb{R} \quad \}$$

などの使い方がある。「点字数学記号解説」に記述されている $\dot{\dot{}}$ は用いない。さらに、ノルムを示す

$$\|x\|$$

のような場合も同じ記号を二つ重ね、

$$\text{数式符} \quad | \quad | \quad x \quad | \quad |$$

のように書く。

8.13 階乗!

階乗を示す!には

⋮ ⋮

を用いる。2マスで一つの記号を表しており、1マス目の

⋮

は数式符でも右下添字符でもない。

数式符 n !
⋮ ⋮ ⋮ ⋮

8.14 否定

=の否定 \neq には

⋮ ⋮

を用いる。

一般に \neq のように否定を示す斜線が付いているときは、その記号の前に

⋮

を置く。 \neq は

⋮ ⋮ ⋮

となる。

8.15 定義・定理、証明の終わりを示す記号

定義、定理、証明のおわりにそれと分かるように記号を置くことがある。点字でこの記号には

⋮ ⋮

を用いる。これは単独で用いられるが、正確には数式部で使う記号ではないので数式符は不要である。証明などが終わった行の行末などに置く。

9 配列 (行列・行列式など)

9.1 配列 (行列、行列式) の一般的表記法

9.1.1 複数行にまたがるカッコによる書き方

行列や行列式は、行列であることを明確に示すため、できるだけそのまま行、列をそろえて書くことが望ましい。行列を形作るかっこや行列式の縦線を実際の形通りに作図するか、点字で次のように形を作る。点字で形を作る場合、パソコン点訳等で行と行の間に点を補う機能のあるソフトではその機能を活用してできるだけかっこの形に近づけるようにする。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

数式符 (a b)

⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

なお、この方法では、誤読の危険が大きくなければ周囲の演算記号や隣の行列との間にマス開けをせずに書いてよい。

行列式はかっこの代わりに縦線でくくったり、行列のかっこの開く前に `det` と書くことが一般的である。点字では元となる墨字式の表記に従う。縦線でくくる場合の例を示す。

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

数式符 | a b |

⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

点字のマス数の制約で表現が困難な場合は、10 で示すように構成要素をなにかに置き換えて表現してもよい。

9.1.2 メモ的書き方

行列や行列式はできるだけそのまま行、列をそろえて書き、カッコを作図することが望ましいが、やむを得ない場合やメモとして簡易に書きたいときは以下のように書く。

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

数式符	(a		b))	行列改行符
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	c	⋮	d	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

元式での行列の各行の終わりに 1 マス開けて、行列改行符 ⋮ を書いて元式で行が変わっていることを示す。行列の次の行は、行列改行符から 1 マス開けるか改行して書く。

行列は全体を小カッコ、または大カッコでくくることになっているが、点訳の際は元式に用いられているものに対応するものを選ぶ。かっこは 1 行 1 列の要素の前で開き、最後の行の最後の要素の後ろで閉じる。

また、行列式は ⋮ を用いて次のように書く。

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

数式符		a		b))	行列改行符
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	c	⋮	d	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

行ベクトルや列ベクトルも 1 行 n 列、または n 行 1 列の行列としてできるだけ 1 行、または 1 列に書き表すことが望ましいが、やむを得ない場合は、列ベクトルについては各要素の間に行列改行符を挿入する。

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\text{⋮} \text{⋮} \text{⋮}$$

行列同士を横に並べて書くときは、間を 1 マス以上開けて書く。

9.2 置換

n 個の文字の置換を示す

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ i_1 & i_2 & \cdots & i_n \end{pmatrix}$$

なども行列と同様、出来るだけ元の墨字式をそのまま

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} \ddots & \ddots \\ \ddots & \ddots \end{array}$$

書くことが望ましいが、やむを得ない場合には上の行を書き終わった時点で 1 マス開けて、行列改行符

$$\begin{array}{c} \ddots \\ \vdots \\ \ddots \end{array}$$

を書き、1 マス開けるか行を替えて下の行の要素を書く。

9.3 2 項係数

墨字では 2 項係数を 8.1 の表記法 ${}_nC_r$ ではなく、 $\begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix}$ のように書くことがしばしばある。これについては点字では行列改行符を使わず

$$\begin{array}{ccccccc} \text{数式符} & (& n & & r &) \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{array}$$

と書くか、墨字と同じように縦に並べて書き、かっこの形を点字で作って囲む

$$\begin{array}{cccc} \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{array}$$

かのどちらかの方法をとる。

9.4 場合分け

与えられた条件によって等式の右辺の値が変わるような場合、大きな複数行に渡るかっこを開いて場合別に結果と条件を記述することがある。

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \mathbb{Q}) \\ 0 & (x \notin \mathbb{Q}) \end{cases}$$

点字でこれを表現すると以下のようなになる。

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{array}$$

一般的には、次のようにする。

1. = の後、行列の書き方の説で最初に述べたように開きかっこの形を点字で表現する。このとき、開きかっこは右辺と条件を含めてなん行に渡るかを考えて大きさを決める。
2. 次に、開きかっこの後に 1 マス開けて右辺、さらに 1 マス開けて条件にあたる部分を書く。できるだけ 1 行に一組が収まるのが望ましいが、難しい場合は数式行替え符

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

を書き、次の行に元の右辺から 2 マス下げて書き始める。場合分けを示す大きな開きかっこはこれらの右辺や条件をすべて包むようにする。

10 表・図式

表や図式などは基本的には墨字の原図から位置関係を保ってそのまま書くことが望ましい。図式中においては

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \vdots \\ \downarrow \quad \vdots \end{array}$$

などの記号を用いることもできる。矢印も本来はそのままの形を点図にする法がよい。

点字は1行、1ページに書き表せる文字数に制限があるので、表などで墨字と同じ位置関係を保って書くことができないときがある。このような場合は表の構成要素を短い記号(「a, b」など)に置き換えて全体像を書き、別表としてその記号と構成要素の対応を示してもよい。

$$\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \\ a & = \frac{2y}{3x} \\ \dots & = \dots \\ d & = \frac{2x+1}{4y^2} \end{array}$$

複雑な図に関しては点図の参考書籍を参照のこと。

11 本のレイアウトについて

数学書を点訳するとき、点訳書の利用上便利なように以下のような点に注意してレイアウトを行うとよい。

1. 文中の句読点は省かずに原本に忠実に書く。
2. 墨字ページを必ずつける。各ページの先頭行(ページ番号の行)に、ページの始まりの行で相当する墨字ページを記述する。
3. 章の変わり目ではページを変える。また、節や項の変わり目では1行あける。
4. 定理、補題、それらの証明などと、普通の本文の間は1行開けることが望ましい。特に原本で普通より広い改行がなされているところは行を開けると、読者が検索するときに便利である。

参考文献

- [1] 日本点字委員会. 「点字数学記号解説」 1989/8/8
- [2] 日本点字図書館協議会. 「点訳のてびき」 第2版 1995/4/30
- [3] 幸地司、鈴木昌和. 「コンピューターによる \LaTeX 文書自動点訳システム」 1996/1